

Feuille d'exercices 10

Noter que les matrices ci-dessous sont tirées de la feuille d'exercices 9 et devoir 3, alors vous avez déjà calculé leurs polynômes caractéristiques et leurs polynômes minimaux.

Exercice 1. Calculer la forme normale de Jordan de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Exercice 2. Calculer la forme normale de Jordan de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 0 & 0 \\ 7 & 2 & -6 & -9 \\ -4 & -1 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Exercice 3. Soit A une matrice réelle 3×3 telle que

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad A^3 = A, \quad A^2 \neq A.$$

Calculer la forme normale de Jordan de A .

Exercice 4. Soit A une matrice réelle 3×3 telle que $A^3 = I_3$ et $A \neq I_3$.

- Calculer la forme normale de Jordan de A sur \mathbb{C} .
- Calculer la forme normale de Jordan de A sur \mathbb{R} .

Exercice 5. Calculer la forme normale de Jordan de la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Exercice 6. Calculer la forme normale de Jordan de la matrice

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$