Devoir 10

à remettre le *lundi 25 novembre 2013*

Exercice 1.

Soient G un groupe, H un sous-groupe normal de G et $f : G \to H$ un homomorphisme tel que $f(h) = h$ pour tout $h \in H$.

a. Montrer que $xf(x^{-1}) \in \ker(f)$ pour tout $x \in G$.

b. Montrer que G est produit direct interne de $\ker(f)$ et H.

Exercice 2. Soit $G = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

a. Calculer $G(2)$ et $G(3)$.

b. Décomposer $G(2)$ en produit directe *interne* de deux sous-groupes H et K.

c. En déduire que $G \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.