Nom : ______________________________

Devoir 3

à remettre le *lundi 23 septembre 2013*

Exercice 1. *Vous trouvez ci-dessous l'énoncé d'une proposition ainsi qu'une* démonstration incomplète *de la proposition. Votre tâche est de fournir une justification pour chaque affirmation dans la démonstration (autrement dit, complétez le texte).*

Proposition. Soit $(G, *)$ un groupe et a, b, c des éléments de G. Si $a * c = b * c$, alors $a = b$.

Démonstration. Supposons que a, b, c soient trois éléments arbitraires du groupe $(G, *)$ tels que $a * c = b * c$. On va montrer directement que $a = b$.

Comme $(G, *)$ est un groupe, il possède un ____________________ qu'on note e et qui vérifie $x * e = e * x =$ __________ pour tout ____________________.

Comme tout élément de G est inversible, il existe un élément c^{-1} de G qui vérifie :

____.

Par conséquent, on a que

a *(donner une justification pour chaque égalité)*

$= a * e$ ______________________________

$= a * (c * c^{-1})$ ______________________________

$= (a * c) * c^{-1}$ ______________________________

$= (b * c) * c^{-1}$ ______________________________

$= b * (c * c^{-1})$ ______________________________

$= b * e$ ______________________________

$= b.$ ______________________________

En résumé, on a montré que si $a * c = b * c$ pour trois éléments d'un groupe, alors il s'ensuit que $a = b$. □