

Devoir 5à remettre le *lundi 7 octobre 2013***Exercice 1.**Pour tous nombres $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, posons

$$x * y = x + y - xy.$$

- a. Montrer que $(\mathbb{R} \setminus \{1\}, *)$ est un groupe abélien.
- b. Soit $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$ l'application définie par

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}.$$

Montrer que f est un homomorphisme de groupes, où $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ est muni de la multiplication de nombres réels et $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ est muni de l'opération $*$.

- c. Montrer que f est un isomorphisme de groupes.