

Feuille d'exercices 8

Exercice 1. Soient G un groupe fini et H et K des sous-groupes de G tels que $K \subseteq H$. Montrer que

$$[G : K] = [G : H][H : K].$$

Exercice 2. Soient n and m des entiers positifs. Montrer que $n!m!$ divise $(n + m)!$.

Exercice 3. Soient G un groupe et $f : G \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ un morphisme de groupes surjectif. Montrer que $[G : \ker(f)] = 2$.

Exercice 4. Soient G un groupe fini et H un sous-groupe tel que $[G : H] = 2$. Montrer que $gH = Hg$ pour tout $g \in G$.