

Devoir 2à remettre le *lundi 11 novembre 2019*

Exercice 1. Soit G un groupe, $H \leq G$ et $a, b \in G$. Montrer que si $a \in Hb$, alors $Ha = Hb$.

Exercice 2. Soit p un nombre premier. Montrer que si H et K sont deux sous-groupes d'un groupe G tels que $|H| = |K| = p$, alors $H \cap K = \{e\}$ ou $H = K$.

Exercice 3. Soit G un groupe. Pour $a \in G$, on note $\tau_a : G \rightarrow G$ la fonction définie par

$$\tau_a(x) = axa^{-1}$$

pour tout $x \in G$.

- a. Montrer que τ_a est un morphisme de groupes de G dans G .
- b. Vérifier que, pour tous $a, b \in G$, on a que $\tau_a \circ \tau_b = \tau_{ab}$.
- c. La fonction τ_a est bijective; déterminer son inverse.
- d. En déduire que l'ensemble $\{\tau_a : a \in G\}$, muni de l'opération *composition de fonctions*, est un groupe.