

## Problème 1 de l'examen intra 1

### Problème 1.

*Rappel : un élément  $a$  d'un anneau est nilpotent s'il existe  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $a^n = 0$ .*

Soit  $A$  un anneau *commutatif* non nul (et unitaire). Posons

$$N = \{a \in A : a \text{ est nilpotent}\}.$$

- a. Montrer que  $N$  est un idéal de  $A$ .
- b. Montrer que  $N$  est un idéal *maximal* ssi tout élément de  $A$  est soit nilpotent soit inversible.

*(Indice: formule du binôme)*