Représentation naturelle du groupe symètrique S_3 sur $\mathbb{C}^3$
(et certains restrictions)

Permutation	base $= (e_1, e_2, e_3)$	base $= (e_1 - e_2, e_2 - e_3, e_1 + e_2 + e_3)$	base $= (e_1 - e_2, e_2 - e_3)$	base $= (e_1 + e_2 + e_3)$
123	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
132	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
213	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
231	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
312	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
321	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{cc\|c} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$

Représentation régulière de S_3 sur $\mathbb{C}$

$$\text{Base } \mathcal{B} : \begin{cases} v_{123} \\ v_{132} \\ v_{213} \\ v_{231} \\ v_{312} \\ v_{321} \end{cases} \qquad \text{Base } \mathcal{B}' : \begin{cases} v_{123} + v_{132} + v_{213} + v_{231} + v_{312} + v_{321} \\ v_{123} - v_{132} - v_{213} + v_{231} + v_{312} - v_{321} \\ v_{123} + v_{132} - v_{213} - v_{231} \\ v_{213} + v_{231} - v_{312} - v_{321} \\ v_{123} - v_{213} - v_{312} + v_{321} \\ -v_{123} + v_{132} + v_{231} - v_{321} \end{cases}$$

Permutation	Base $\mathcal{B}$	Base $\mathcal{B}'$
123	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix}$
132	$\begin{bmatrix} \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & -1 \end{bmatrix}$
213	$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix}$
231	$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & -1 \end{bmatrix}$
312	$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 0 \end{bmatrix}$
321	$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 0 \end{bmatrix}$