

Devoir 4

à remettre le 14 mai 2021

Exercice 1. Soit

- G un groupe fini,
- N un sous-groupe normal de G ,
- χ un caractère de G , et
- τ le caractère de la **représentation régulière** de G/N .

a. Montrer que $\hat{\tau} : G \rightarrow \mathbb{C}$ définie par $\hat{\tau}(g) = \tau(gN)$ pour tout $g \in G$ est un caractère de G .

b. Montrer que

$$(\hat{\tau}\chi)(g) = \begin{cases} 0, & \text{si } g \notin N, \\ \frac{|G|}{|N|}\chi(g), & \text{si } g \in N. \end{cases}$$

c. Montrer que

$$\text{Ind}_N^G \left(\text{Res}_N^G (\chi) \right) = \hat{\tau}\chi.$$

d. Montrer que

$$\left\langle \text{Ind}_N^G \left(\text{Res}_N^G (\chi) \right), \text{Ind}_N^G \left(\text{Res}_N^G (\chi) \right) \right\rangle_G = \frac{|G|}{|N|} \left\langle \text{Res}_N^G (\chi), \text{Res}_N^G (\chi) \right\rangle_N.$$

Exercice 2.

Déterminer la matrice de la permutation $(3, 4)$ dans la base $\{e_S : S \in \text{SYT}_{(3,3)}\}$ du module du Specht $S^{(3,3)}$.